



Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

Aufgabe E1:

Der Graph einer Funktion $y = f(x)$ ist punktsymmetrisch zum Ursprung $(0|0)$, falls gilt

$$f(-x) = -f(x) .$$

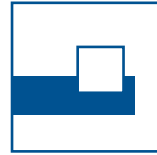
- a)** Gib eine entsprechende Gleichung für eine Funktion $y = f(x)$ an, deren Graph punktsymmetrisch zu einem (beliebigen) Punkt $(x_0|y_0)$ ist.
- b)** Zeigen Sie, dass der Graph jeder kubischen Funktion

$$p(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

punktsymmetrisch zu ihrem Wendepunkt ist.

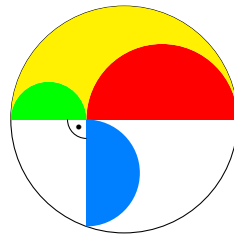


Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

Aufgabe E2:



Der grüne Halbkreis (Radius a) und der rote Halbkreis (Radius b) liegen auf einem Durchmesser des Außenkreises (Radius $r = a + b$).

In welchem Verhältnis steht die Fläche des blauen Halbkreises zur gelben Fläche?



Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

Aufgabe E3:

Für die natürliche Zahl n sei

$$H(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n}$$

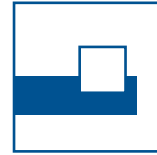
und

$$S(n) = \frac{H(1) + H(2) + \cdots + H(n-1)}{H(n) - 1}.$$

- Berechnen Sie $S(2)$ und $S(3)$.
- Leiten Sie eine Formel für $S(n)$ für beliebiges n her.



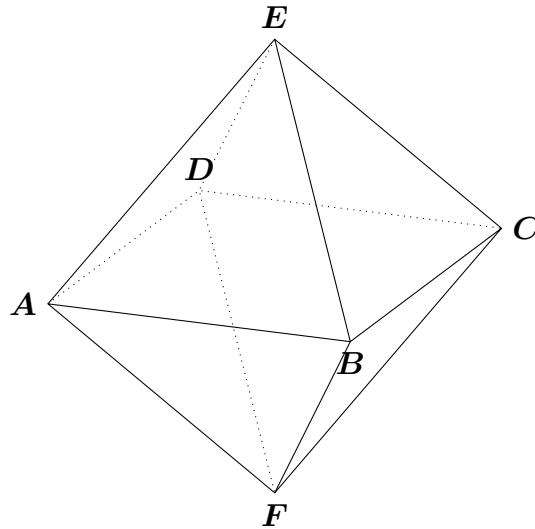
Tag der Mathematik 2024



Gruppennr.	Schülernr.	Name, Vorname
------------	------------	---------------

Aufgabe E4:

Oktaeder werden von 8 gleichseitigen Dreiecken begrenzt. Sie haben 6 Ecken und 12 Kanten.



Aufgrund der Symmetrie liegen die Ecken eines Oktaeders stets auf einer Kugel (Umkugel) mit Radius R_u . Ebenso gibt es eine Kugel (Inkugel) mit Radius R_i , welche alle Flächen des Oktaeders von innen berührt und schließlich liegen auch die Mittelpunkte aller Kanten auf einer Kugel mit Radius R_k .

Berechnen Sie R_u , R_k und R_i für ein Einheitsoktaeder mit Kantenlänge 1.