Universität Konstanz

Fachbereich
Mathematik und Statistik

Prof. Dr. Robert Denk

Universität Konstanz
FB Mathematik und Statistik
D-78457 Konstanz

Tel.: (07531) 88-2577
Fax: (07531) 88-4248
robert.denk@uni-konstanz.de

Konstanz, den 16. 11. 2008

Anmerkungen zur Vorlesung Analysis I

Inhaltsverzeichnis

1 Literatur

1.1 Lehrbücher

Es gibt sehr viele und auch viele gute Lehrbücher der Analysis. Einige Beispiele dafür sind die folgenden Bücher:

- Barner, M., Flohr, F.: Analysis 1. De Gruyter, Berlin 1991.
- Forster, O.: Analysis 1. Vieweg, Braunschweig 1979.
- Fritsche, K.: Grundkurs Analysis 1. Elsevier München 2005.

- Hildebrandt, S.: Analysis 1. Springer Berlin 2002
- Rudin, W.: Analysis. Oldenbourg, München 1998.

Die Vorlesung richtet sich nicht genau nach einem Buch. Am nächsten ist vielleicht das Buch von Barner-Flohr, eventuell auch das Buch von Forster, das alleine aber etwas knapp geraten ist.

1.2 Skripten

Es gibt kein offizielles Skript der aktuellen Vorlesung. Die Vorlesung stimmt allerdings (bis jetzt) fast genau mit der Vorlesung vom WS 2004/05 überein, für welches einer der Hörer, Frieder Meidert, ein Skript verfasst hat. Daneben gibt es Merkblätter zur Analysis I von Herrn Professor Racke (Universität Konstanz) und ein Skript der Analysis I - Vorlesung von Herrn Professor Seiler (jetzt Universität Loughborough). Diese Vorlesungen sind inhaltlich mit meiner Vorlesung abgestimmt und daher zu ca. 90% identisch.

Hier sind die entsprechenden Links zu den Skripten:

Skript von Herrn Meidert zu meiner Vorlesung Analysis I vom WS 2004/05:
`http://www.math.uni-konstanz.de/mfoe/scripts/Analysis1.pdf`

Merkblätter von Herrn Professor Racke zur Analysis I:
`http://www.math.uni-konstanz.de/~racke/mblatt/analyws0607.pdf`

Skript der Vorlesung Analysis I von Herrn Professor Seiler:
`http://www.ifam.uni-hannover.de/~seiler/skript/analysis/skript_analysis.pdf`

2 Hinweise zur Vorlesung

An dieser Stelle kommen einige Bemerkungen zur Vorlesung, insbesondere in Hinsicht auf den Aufbau und die Themenauswahl der Vorlesung.

2.1 Hinweise zu Kapitel 1

Das erste Kapitel ist bewusst sehr kurz gehalten. Überschneidungen mit dem Vorkurs und/oder mit der Vorlesung von Herrn Baur sind hier beabsichtigt; der Stoff ist nicht Analysis-spezifisch, sondern wichtig für die gesamte Mathematik. Wichtig ist hier auch die Quantorenschreibweise, die in meiner Vorlesung in Zukunft nicht immer verwendet werden wird, auf die man aber immer dann zurückgreifen sollte, wenn die Logik der Aussage komplizierter wird. Dies gilt z.B. dann, wenn man eine logische Aussage mit Quantoren negieren muss (dann vertauschen sich die Quantoren $\forall$ und $\exists$).

2.2 Hinweise zu Kapitel 2

Hier ist vor allem die vollständige Induktion als Beweisprinzip wichtig. Im Laufe der Vorlesung wird die vollständige Induktion noch oft angewendet werden. Der Beweis der vollständigen Induktion in Form eines mathematischen Satzes ist nur möglich, wenn die natürlichen Zahlen axiomatisch definiert werden, daher habe ich diese Axiomatik mit in die Vorlesung aufgenommen. Ansonsten wird die axiomatische Betrachtung in dieser Vorlesung nur selten auftauchen.

Ein Beispiel, bei dem eine axiomatische Herangehensweise allerdings sehr nützlich ist, sind die Gruppen- und Körperaxiome. Ich werde die gesamte Analysis I-Vorlesung gleichzeitig für reelle und komplexe Zahlen behandeln, da man in vielen Fällen nur die Körperaxiome benötigt (und die Vollständigkeit, die aber auch für $\mathbb{R}$ wie für $\mathbb{C}$ gilt). Aus den Axiomen entsprechende Folgerungen zu schließen, welche dann in jedem Körper gelten, ist ein wichtiges Prinzip der Mathematik, und Sie sollten die entsprechende Übungsaufgabe genau ansehen.

Etwas kurz sind die Anordnungsaxiome ausgefallen. Hier habe ich darauf verzichtet, eine Relation zu definieren, damit kann ich auch nicht formal eine Anordnung definieren. In der Literatur finden Sie das oft präziser (und sollten sich das auch mal durchlesen). Der kurze Abschnitt über die reellen Zahlen ist schon wirklich ein Teil der Analysis. Erfahrungsgemäß machen die Begriffe Infimum und Supremum hier oft Schwierigkeiten. Das Vollständigkeitsaxiom wird mit Hilfe des Supremums formuliert, in Kapitel 3 sehen wir aber, dass man es auch so schreiben kann: Jede Cauchyfolge ist konvergent.

3 Hinweise zu den Übungsblättern

3.1 Hinweise zu Übungsblatt 1:

Hier sind noch einige kleine Anmerkungen zum ersten Übungsblatt für Analysis I:

- Um zu zeigen, dass eine Gleichheit im Allgemeinen nicht gilt, muss man ein Gegenbeispiel angeben. Das kann (und ist üblicherweise) ein konkretes Beispiel sein, etwa bei Aufgabe 1.1 eine konkrete Funktion.
- Die Äquivalenz von drei Aussagen kann am einfachsten durch einen Ringschluss gezeigt werden, so kann man für die Äquivalenz dreier Aussagen (A), (B), (C) die folgende Kette logischer Implikationen zeigen:

$$(A) \Longrightarrow (B) \Longrightarrow (C) \Longrightarrow (A).$$

- Sei M eine beliebige (nichtleere) Menge. Dann ist die Funktion id_M definiert durch

$$\mathrm{id}_M \colon M \to M, \quad x \mapsto x.$$